Lycée Pilote Sakiet Ezzit Sfax 2	Devoir de synthèse N°1 en mathématiques	Prof. : Hassène Bouzid Hichem Zaghdane
Niveau : 2ème Sciences	**Date : 18 Décembre 2020**	**Durée : 2 heures**

<u>Exercice 1</u> : *3 points*

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :

Soit A et B deux points distincts du plan .

1) Si G est le barycentre des points pondérés $(A\ ,\ 2)$ et $(B\ ,-3)$ alors $\frac{GA}{GB}=1,5$.

2) Soit x un réel .

Les points A et B affectés respectivement des coefficients $3x^2$ et $1-x$ admettent toujours un barycentre .

3) Si K est le barycentre des points pondérés $(A\ ,-1)$ et $(B\ ,\ 3)$ et si K' est le barycentre des points pondérés $(A\ ,\ 3)$ et $(B\ ,-1)$ alors A est le barycentre des points pondérés $(K\ ,\ 1)$ et $(K'\ ,\ 3)$.

<u>Exercice 2</u> : *7 points*

Soit ABD un triangle .

Soit J le milieu du segment $[AD]$ et I le barycentre des points pondérés $(A\ ,\ 1)$ et $(B\ ,\ 2)$.

1) Construire le point I .

2) Soit K le point défini par $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

a) Montrer que AIKJ est un parallélogramme et que K est le barycentre des points pondérés $(A\ ,-1)$, $(B\ ,\ 4)$ et $(D\ ,\ 3)$.

b) Les droites (JK) et (DI) se coupent en un point N .

Justifier que N est le milieu du segment $[DI]$.

3) Montrer que JNBI est un parallélogramme .

4) Les droites (DI) et (JB) se coupent en un point P .

Montrer que P est le barycentre des points pondérés $(I\ ,\ 3)$ et $(D\ ,\ 1)$ puis justifier que P est le barycentre des points pondérés $(A\ ,\ 1)$, $(B\ ,\ 2)$ et $(D\ ,\ 1)$.

5) Déterminer l'ensemble **E** des points M du plan tel que $3\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|=2\left\|-\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MD}\right\|$.

Exercice 3 : *6 points*

On considère l'équation $(E): x^2+bx+36=0$ d'inconnue x où b est un réel donné .

I) 1) Dans cette question , on prend $b = 10$.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) .

2) Déterminer les valeurs de b pour lesquelles l'équation (E) admet deux racines distinctes .

3) On suppose , dans cette question , que $b > 12$. On désigne par x' et x'' les racines de (E).

Montrer que $\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}<-\frac{1}{3}$.

II) Dans toute la suite de l'exercice , on prendra $b = -13$.

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) .

b) Factoriser alors l'expression x^4-13x^2+36 pour tout réel x .

2) Soit x un réel . On pose $A(x)=\dfrac{x^4-13x^2+36}{(x-2)\sqrt{x+3}}$.

a) Déterminer l'ensemble **D** des réels x pour lesquels $A(x)$ existe .

b) Soit $x \in$ **D** .

Vérifier que $A(x)=(x+2)(x-3)\sqrt{x+3}$ puis déduire le signe de $A(x)$ suivant les valeurs de x .

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: i) $|A(x)|+A(x)=0$.

ii) $\dfrac{1}{A(x)}>\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$.

Exercice 4 : *4 points*

On considère l'équation $(E): x^2-x-1=0$.

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) (On notera α la solution positive de (E)) .

2) Soit ABC un triangle isocèle en A tels que $AB=\alpha$ et $BC=2$. Soit I le milieu du segment $[BC]$.

a) Justifier que $AI=\sqrt{\alpha}$ puis calculer l'aire **A** du triangle ABC en fonction de α.

b) Soit M un point du segment $[BI]$ distinct de B et I . On pose $BM = x$ (avec $0<x<1$) . La parallèle à la droite (AI) passant par M coupe le segment $[AB]$ en un point en un point D . Déterminer la position du point M pour laquelle l'aire du trapèze ADMI soit égale à $\frac{3}{8}$ **A** .